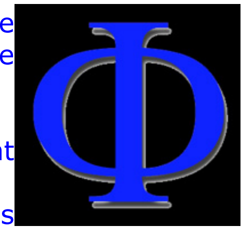
DEFINITION

Le nombre d'or (1.618...) est la valeur d'un rapport de deux grandeurs homogènes, il est déterminé par une proportion.



Il existe un nombre d'or, nommé Phi, qui se trouve présent dans toute chose... Véritable clef, cachée au coeur même de l'Univers, il demeure un merveilleux témoignage d'harmonie, de beauté, et de Vie...

Les proportions des plantes, des êtres humains, des animaux obéissent tous à la loi de Phi.
Et à leur tour, les hommes s'en inspirèrent pour réaliser leurs propres oeuvres que ce soit en peinture, sculpture, ou architecture...

http://cosmobranche.free.fr/ChiffresMagiques.htm

Le nombre d'or est la valeur d'un rapport de deux grandeurs homogènes, il est déterminé par une proportion.

PHI = (1+√5) ÷ 2 ≈ 1,6180339887...

SOLUTION D'EQUATION

Φ (phi)

Le nombre d'or (choix de phi en hommage à Phidias qui l'utilisa dans la construction du Parthénon d'Athènes) est le seul nombre qui:
1) Lorsqu'on lui ajoute l'unité, il devient son carré:

$$\Phi^2 - 1 = \Phi$$

2) Lorsqu'on lui soustrait l'unité, il devient son inverse

$$\frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$$

Cette équation admet comme solution positive

$$\Phi' = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$ *qui est le nombre égal au nombre d'Or :* $\boxed{1{,}61803398\ ...}$

LES PUISSANCES DE PHI:
Il est possible de calculer les puissances de phi en utilisant la propriété ci-dessous dans laquelle on trouve une suite de nombre particulière: 1;2;3;5;... qui est la suite de Fibonacci:

$$\Phi^2 = \Phi + 1$$

$$\Phi^3 = (\Phi + 1)\,\Phi \rightarrow \Phi^2 + \Phi \rightarrow \Phi + 1 + \Phi = 2\Phi + 1$$

$$\Phi^4 = (2\Phi + 1)\Phi \quad 2\Phi^2 + \Phi \rightarrow 2(\Phi + 1) + \Phi = 3\Phi + 2$$

$$\Phi^5 = \longrightarrow = 5\Phi + 3$$

$$\Phi^6 = \longrightarrow = 8\Phi + 5$$

$$\boxed{\Phi^n = \Phi^{n-1} + \Phi^{n-2}}$$

http://www.chateau-de-mezerville.org/curiosites-geometriques/decouverte_nombre-d-or.php

CALCUL DE PHI PAR RACINE CONTINUE

$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \Phi}}}}}}}$$

CALCUL DE PHI PAR FRACTION CONTINUE

$$\Phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\Phi}}}}}}}}}$$

http://pagesperso-orange.fr/therese.eveilleau/pages/truc_mat/textes/rectangle_dor.htm#zero

LA SUITE DE FIBONACCI

Léonard de Pise, dit Fibonacci, créa une série de nombres aux propriétés remarquables. Cette séquence avait été mise en évidence en 1202 dans un problème mathématique appelé "Le monsieur des lapins".

- Combien de couples de lapins obtiendrons-nous à la fin de l'année si, commençant avec un couple, chacun des couples produisait chaque mois un nouveau couple lequel deviendrait productif au second mois de son existence?

La séquence de nombres qu'il fallait alors trouver était : **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...**
Chacun de ces chiffres correspond à la somme des deux précédents : 1+1=2 1+2=3 2+3=5 3+5=8 5+8=13... Bizarrement, il se trouve que le quotient entre chaque chiffres adjacents tend progressivement vers Phi (233÷144 = 1,61805... 610÷377 = 1,61803...) Notons également que Phi est le seul nombre qui, lorsqu'on lui soustrait une unité, devient son propre inverse.

Le nombre d'or est présent dans une suite de Fibonacci quelque soit le nombre de départ.

http://cosmobranche.free.fr/ChiffresMagiques.htm

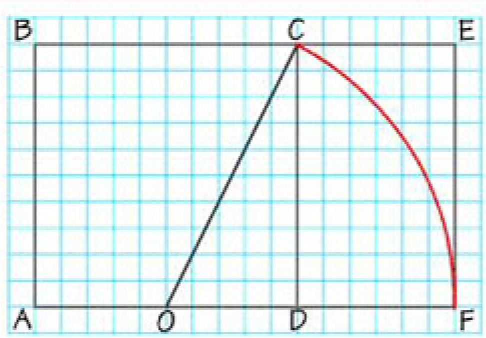
DEFINITION GEOMETRIQUE

Euclide (-325 à -265) appela partage en moyenne et extrême raison la fameuse section qui intervient dans la construction du pentagone régulier(Livre VI, définition 3) :« Une droite est dite coupée en extrême et moyenne raison lorsque la droite entière est au plus grand segment comme le plus grand segment est au plus petit »
On appelle division en moyenne et extrême raison la division d'un segment AB par un point intérieur P tel que AB/AP=AP/PB. On dit encore que P est la section dorée du segment AB. Remarquons aussi que AP est la moyenne géométrique de AB et de PB. On peut vérifier que cette condition impose que les rapports AB/AP et AP/PB soient égaux au nombre d'or. On dit souvent que pour l'oeil, la division en moyenne et extrême raison est la plus agréable. Ceci rend le nombre d'or très important en architecture.

P
↓
A |————————————————————————————————————| B

http://www.bibmath.net/dico/index.php3?action=affiche&quoi=./n/nbor.html

CONSTRUCTION GEOMETRIQUE DU NOMBRE D'OR



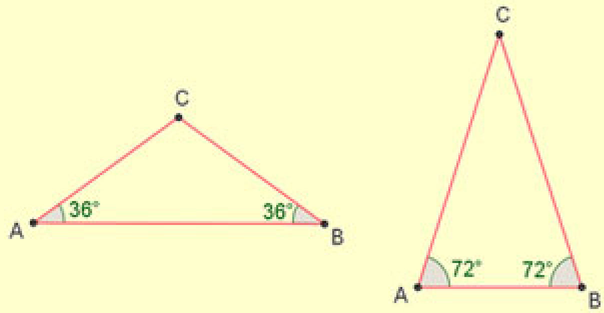
- Soit un carré ABCD
- O milieu de AD
- Un arc de cercle de centre O et de rayon OC coupe le prolongement de AD en F
- Le segment AF représente le nombre d'or

http://www.chateau-de-mezerville.org/curiosites-geometriques/nombre-d-or-geometrie.php

http://trucsmaths.free.fr/nombre_d_or.htm#rencontre

LE TRIANGLE D'OR

On appelle triangle d'or un triangle isocèle dont les côtés sont dans le rapport du nombre d'or. De ce fait, les deux triangles d'or possible ont des angles à la base de 36° ou 72°.

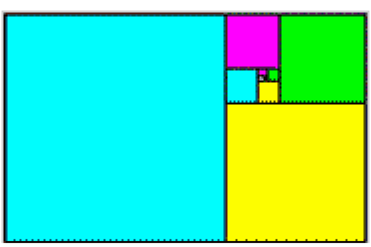


http://www.col-camus-soufflenheim.ac-strasbourg.fr/Page.php?IDP=135

LE RECTANGLE D'OR

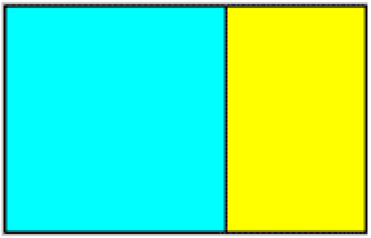
Le format d'un rectangle est le rapport de sa longueur sur sa largeur. Un rectangle d'or est proportionné d'après le nombre d'or phi
soit environ 1,618.Voici les formats les plus utilisés:
Format16/9 : Téléviseur
Format 1,6= nombre d'or (certains tableaux, carte d'identité ...)
Format 36/24 : diapositives, négatifs de photos
Format racine de 2 : format commercial des feuilles habituelles A0, A1, A2, A3, A4

Construisons une suite de rectangles définie de la manière suivante. On part d'un rectangle quelconque. Sur son grand côté on construit un carré; ensuite en tournant toujours dans le même sens, on accole un carré sur le grand côté du rectangle obtenu à l'étape précédente; on poursuit indéfiniment l'opération. Que peut-on dire des figures obtenues?



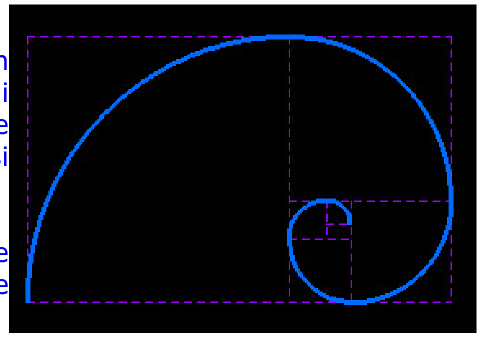
Si a_0 et a_1 sont les côtés du rectangle initial, les côtés du deuxième rectangle seront a_1 et $a_2 = a_1 + a_0$; de proche en proche on obtient $a_{n+1} = a_{nn-1}$. En particulier si $a_0 = a_1 = 1$ on reconnaît la célèbre suite de Fibonnacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...

Quel que soit le rectangle de départ, à une étape suffisamment grande de la construction on ne pourra plus "distinguer" celui-ci; le rectangle obtenu possédera une propriété particulière: si on lui enlève un carré construit sur son petit côté, il reste un rectangle semblable au rectangle + a précédent.



http://xavier.hubaut.info/coursmath/var/rectangl.htm

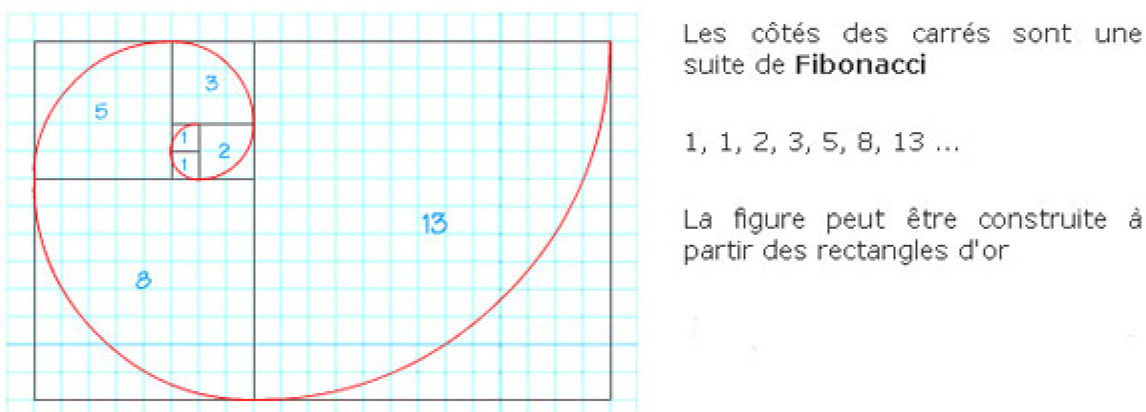
LA SPIRALE D'OR



Pour dessiner une spirale d’or, on construit un rectangle d’or dans lequel on trace un grand carré qui aura pour côté la largeur du rectangle. On réitère cette opération dans le rectangle d'or restant, et ainsi de suite jusqu'au point limite O.

Nous pouvons maintenant tracer cette fameuse spirale logarithmique en dessinant des quarts de cercle dans les carrés...

http://cosmobranche.free.fr/ChiffresMagiques.htm



http://www.chateau-de-mezerville.org/curiosites-geometriques/nombre-d-or-geometrie.php

- Le coquillage du Nautile grandit en spirale, en suivant la proportion divine. Il se trouve en effet que le rapport entre le diamètre de chaque spirale formant sa coque, et le diamètre de la suivante est égale à Phi...

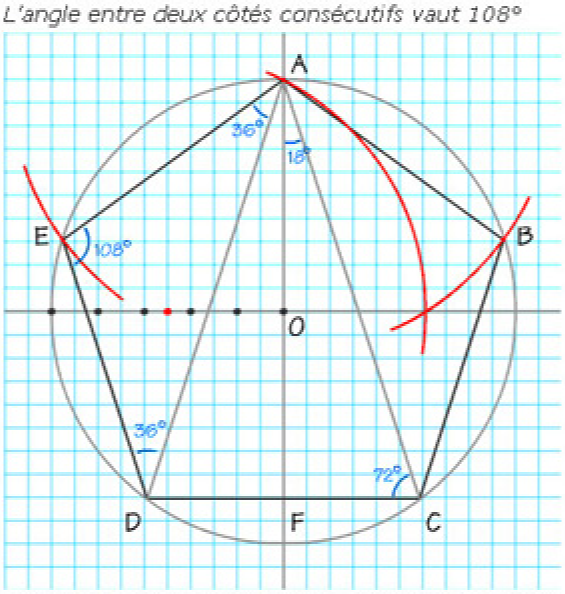
- Si l'on observe comment les fleurs de tournesol sont disposées dans la capitule qui les regroupe, on constate que 21 spirales s'enroulent dans le sens des aiguilles d'une montre et 34 dans l'autre sens. Deux nombres de Fibonacci consécutifs une nouvelle fois. Cette proportion divine s'applique également pour les pommes de pins, les coquillages, la disposition des feuilles ou des pétales sur certaines plantes...
Dans une ruche, si l'on divise aussi le nombre des ouvrières par celui des faux bourdons on obtient Phi...
Et il semblerait même que les milliers de lettres T, C, A, G, qui composent l'ADN s'auto-organiseraient selon les proportions du nombre d'or...

http://cosmobranche.free.fr/ChiffresMagiques.htm

LE PENTAGONE

Le pentagone régulier est un polygone régulier à 5 côtés inscrit dans un cercle et dont tous les côtés et tous les angles ont les mêmes mesures.

L'angle entre deux côtés consécutifs vaut 108°



Soit le triangle ADC et les triangles ADF et AFC

Calcul de FD

$$\frac{FD}{AD} = \sin 18^\circ$$

$$FD = AD \times \sin 18^\circ$$

$$\frac{FC}{AC} = \sin 18^\circ$$

Soit **DC = AD sin 18° + AC sin 18°**
Soit **DC = AD x 2sin 18°**
DC = AD x 0,618

$$\frac{DC}{AC} = 0{,}618 \;\&\; \boxed{\frac{AD}{DC} = 1{,}618 = \Phi}$$

Le rapport entre une diagonale et un côté du pentagone est égal au nombre d'or

Les triangles AED et ADC sont des "triangles d'or" puisque leurs côtés sont dans le rapport du nombre d'or

http://www.chateau-de-mezerville.org/curiosites-geometriques/nombre-d-or-geometrie.php

http://expo.ifrance.com/lenombre/pentag.htm